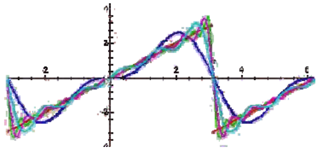
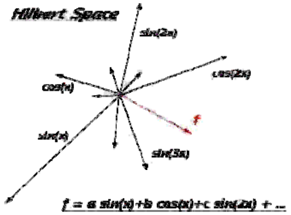
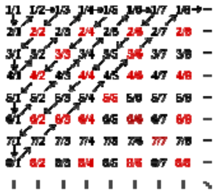
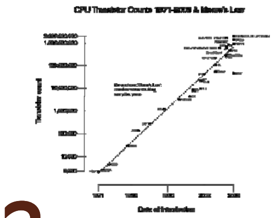


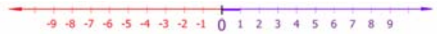


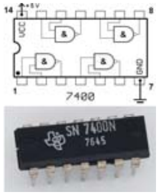


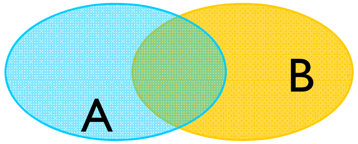


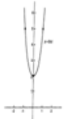
Le Strutture della Matematica

Giuseppe Vitillaro



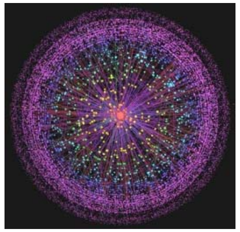


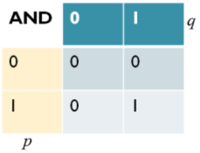




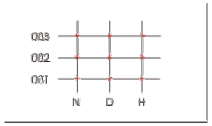
$\mathbb{N}$

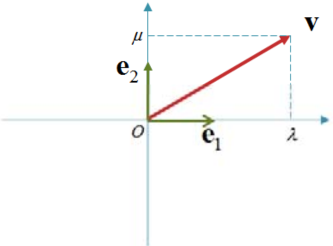
$x^2 + 1 = 0$





AND	0	1
0	0	0
1	0	1

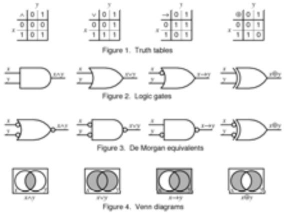




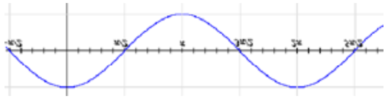
$\mathbb{C}$

Specifications of the One Machine	
170 quadrillion	Transistors
55 trillion	Links
2 megahertz	Email
31 kilohertz	Text messages
162 kilohertz	Instant messages
14 kilohertz	Search
246 exabyte	Storage
9 exabyte	RAM
7 terabytes/second	Bandwidth
800 billion kwh/year	Power consumption

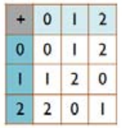
$$1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$



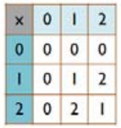
$f : A \rightarrow B$



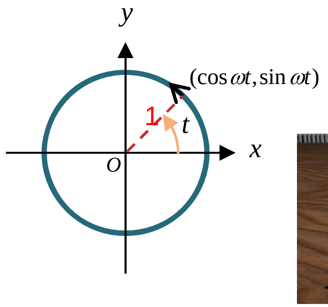
Z_3



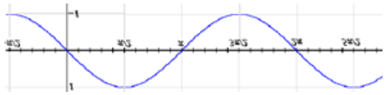
+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

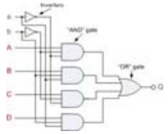


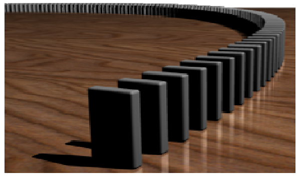
×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1



$e^{i\pi} + 1 = 0$







Proposizioni Logiche ed Insiemi

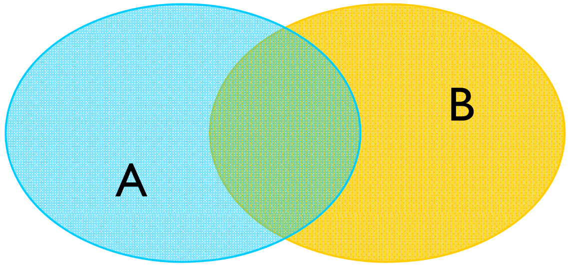
0	Falso
1	Vero

OR	0	1	q
0	0	1	
1	1	1	
p			

$$p \vee q$$

Unione

$$A \bigcup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}$$



AND	0	1	q
0	0	0	
1	0	1	
p			

$$p \wedge q$$

Intersezione

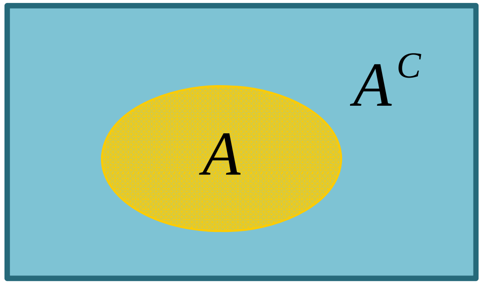
$$A \bigcap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}$$

Proposizioni Logiche ed Insiemi

p	$\neg p$
0	1
1	0

NOT

$$A^C = \{x \mid x \notin A\} = \{x \mid \neg(x \in A)\}$$



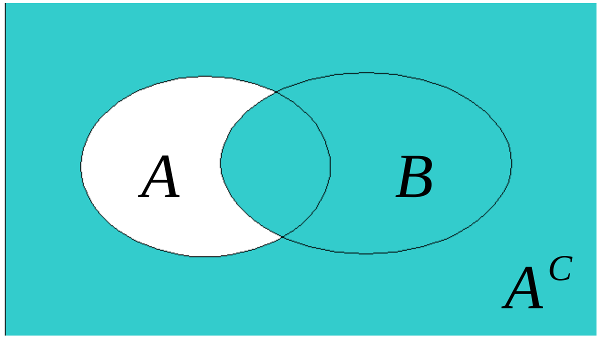
Complementare

Imply	0	1
0	1	1
1	0	1

q

p

$$p \Rightarrow q$$



$$x \in A \Rightarrow x \in B$$

$$A^C \cup B$$

Calcolo delle Proposizioni

OR	**0**	**I**
0	0	I
I	I	I

q

$\neg p$

$$\neg p \vee q$$

$\neg p$	p
0	**I**
I	0

Due proposizioni sono “uguali” se e solo se hanno la stessa tabella di verità

$$(\neg p \vee q) = (p \Rightarrow q)$$

OR	**0**	**I**
I	0	I
0	I	I

q

p

$$\neg p \vee q$$

???????	**0**	**I**
0	I	I
I	0	I

q

p

Proposizioni e Logica Classica

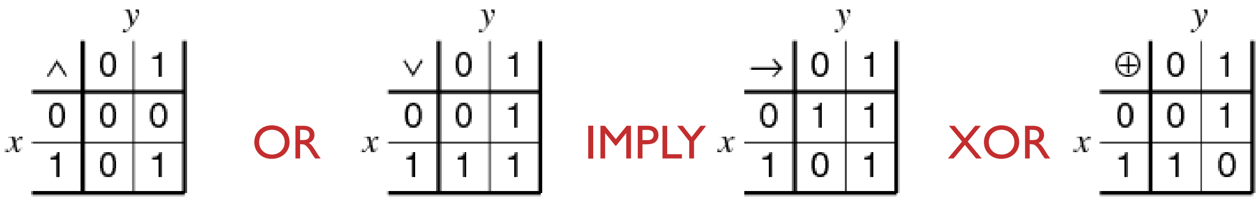
Se ***p*** allora ***q***	$p \Rightarrow q$	***p*** condizione sufficiente per ***q***
Se ***q*** allora ***p***	$q \Rightarrow p$	***p*** condizione necessaria per ***q***
p se e solo se ***q***	$p \Leftrightarrow q$	***p*** condizione necessaria e sufficiente per ***q***: sono **equivalenti**

Le proposizioni ***p*** e ***q*** sono **equivalenti** se e solo se ciascuna **implica** l'altra

$p \Rightarrow q$ $\qquad\qquad$ $q \Rightarrow p$

ovvero se e solo se soddisfano la stessa "tavola di verità" $p = q$

Wiki: Boolean Algebra



AND

∧	0	1
0	0	0
1	0	1

OR

∨	0	1
0	0	1
1	1	1

IMPLY

→	0	1
0	1	1
1	0	1

XOR

⊕	0	1
0	0	1
1	1	0

Figure 1. Truth tables

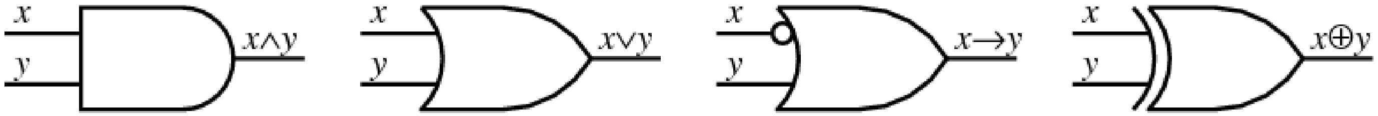


Figure 2. Logic gates

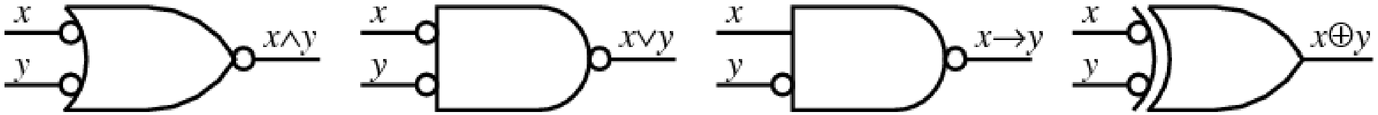


Figure 3. De Morgan equivalents

Figure 4. Venn diagrams

Teoria “ingenua” degli insiemi

Due insiemi sono “uguali” **se e solo se** contengono gli stessi elementi, ovvero, **se e solo se** ognuno di essi è contenuto nell’altro.

$$(A = B) \Leftrightarrow (A \subset B) \wedge (B \subset A)$$

$$x \in (A \bigcap B)^C \Rightarrow x \notin A \bigcap B$$
$$x \notin A \bigcap B \Rightarrow (x \notin A) \vee (x \notin B)$$
$$(x \notin A) \vee (x \notin B) \Rightarrow (x \in A^c) \vee (x \in B^c)$$
$$(x \in A^c) \vee (x \in B^c) \Rightarrow x \in A^c \bigcup B^c$$

$$(A \bigcap B)^C \subset A^c \bigcup B^c$$

$$x \in A^c \cup B^c \Rightarrow (x \in A^c) \vee (x \in B^c)$$
$$(x \in A^c) \vee (x \in B^c) \Rightarrow (x \notin A) \vee (x \notin B)$$
$$(x \notin A) \vee (x \notin B) \Rightarrow x \notin A \bigcap B$$
$$x \notin A \bigcap B \Rightarrow x \in (A \cap B)^c$$

$$A^c \bigcup B^c \subset (A \bigcap B)^c$$

$$(A \bigcap B)^c = A^c \bigcup B^c$$

Leggi di De Morgan

$(A \bigcap B)^c = A^c \bigcup B^c$ $(A \bigcup B)^c = A^c \bigcap B^c$

$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$

Leggi *duali* ed *isomorfe*: hanno la stessa *forma*

Differenti concetti con la stessa forma, seguono le stesse "regole", si *calcolano* nello stesso modo

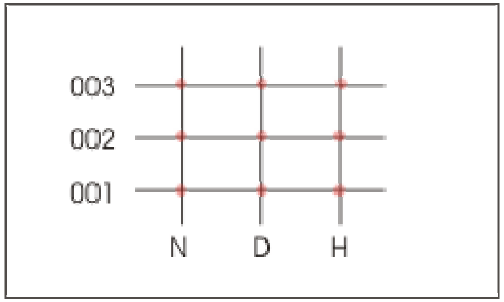
Usare gli insiemi

$(a,b) = \{\{a\},\{a,b\}\}$

una ***coppia ordinata*** di elementi di due insiemi A e B

$$A \times B = \{(a,b) \mid (a \in A) \wedge (b \in B)\}$$

L'insieme di tutte le coppie ordinate: il prodotto *cartesiano* di due insiemi A e B



Una idea semplice per costruire nuovi insiemi

Le Relazioni binarie

Una relazione binaria R tra gli insiemi A e B è un sottoinsieme del prodotto cartesiano AxB.

$$R \subset A \times B$$

L'insieme A viene definito *dominio* e l'insieme B *codominio*.

$$(a, b) \in R \quad aRb$$

Se dominio e codominio coincidono, le relazioni possono assumere interessanti proprietà:

$$R \subset X \times X$$

riflessiva $\forall x \in X : xRx$

simmetrica $xRy \Rightarrow yRx$

antisimmetrica $(xRy) \wedge (yRx) \Rightarrow x = y$

transitiva $(xRy) \wedge (yRz) \Rightarrow xRz$

totale $\forall x, y \in X : (xRy) \vee (yRx)$

Relazioni di ordine ed equivalenza

Una relazione binaria *riflessiva, antisimmetrica* e *transitiva* si definisce relazione di ***ordine parziale*** o ***semiordinamento*** e, in genere, si denota con il simbolo "minore o uguale".

$$\forall x \in X : x \le x$$

$$(x \le y) \wedge (y \le x) \Rightarrow x = y$$

$$(x \le y) \wedge (y \le z) \Rightarrow x \le z$$

Se è anche *totale,* si definisce semplicemente una relazione di ***ordine*** o di ***ordine totale***.

$$\forall x, y \in X : (x \le y) \vee (y \le x)$$

Se ogni sottoinsieme non vuoto di X ha un "**minimo**", si definisce un ***buon ordinamento***.

$$Y \subset X, Y \ne \varnothing$$

$$\exists x \in Y : x \le y, \forall y \in Y$$

Una relazione binaria *riflessiva, simmetrica* e *transitiva* si definisce di ***equivalenza*** e si denota spesso con il simbolo "tilde": *partiziona* l'insieme X in una collezione di sottoinsiemi, a due a due disgiunti, denominati ***classi di equivalenza.***

$$[x] = \{y \in X \mid x \sim y\}$$

$$y \notin [x] \Rightarrow [x] \cap [y] = \varnothing$$

$$\bigcup_{x \in X} [x] = X$$

$X / \sim$ quoziente

Esempi di ordine ed equivalenza

La relazione di "contenuto" tra insiemi è una relazione di *ordine parziale:* due insiemi possono non essere confrontabili

$$A \leq B \Leftrightarrow A \subset B$$

Si definisce "catena" di un sottoinsieme parzialmente ordinato un qualunque sottoinsieme totalmente ordinato

$$X_1 \subset X_2 \subset \ldots \subset X_n$$

La relazione "indentico resto" nella divisione per un dato intero **n** in $\mathbb{Z}$ è una relazione di equivalenza tra numeri interi relativi

$$\mathrm{i} \sim \mathrm{j} \Leftrightarrow (\mathrm{i} = \mathrm{q_i} n + r) \wedge (j = q_j n + r)$$

$$\mathrm{Z_n} = \{[0],[1],\ldots,[n-1]\}$$

Nel *quoziente* $\mathbb{Z}$*n*=$\mathbb{Z}$/~ possono essere definite le operazioni di somma e prodotto

$$[i] + [j] = [i + j]$$

$$[\mathrm{i}] \times [\mathrm{j}] = [\mathrm{i} \times \mathrm{j}]$$

Z_3

campo

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

x	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Le applicazioni o corrispondenze

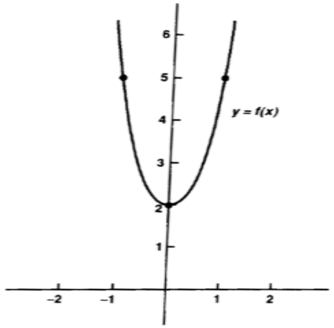
$$f \subset A \times B$$

Sottoinsieme del prodotto: *corrispondenza* tra il ***dominio* A**, e *il* ***codominio* B**

$$\forall a \in A \ \exists! b \in B : \ (a,b) \in f$$

l'**unico** elemento b=*f*(a) di B che *corrisponde* ad un elemento a in A, mediante *f*, si definisce *valore* di *f* in a

$$f : A \rightarrow B \quad (a,b) \in f \quad b = f(a)$$



una ***funzione*** "**è**" il suo ***grafico***

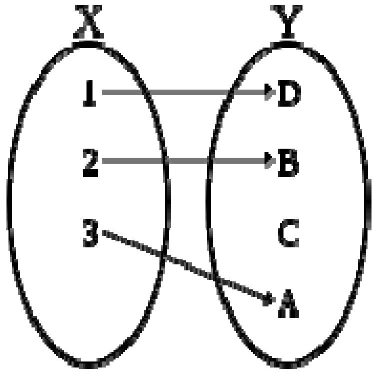
$$f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$$

corrispondenza ***iniettiva***

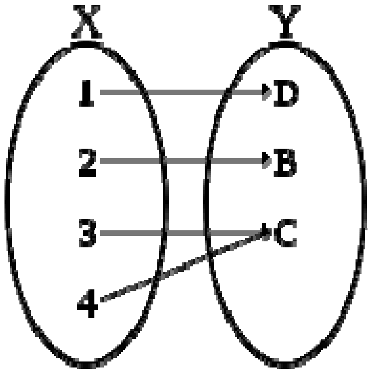
$$\forall b \in B \ \exists a \in A : \ b = f(a)$$

corrispondenza ***suriettiva***

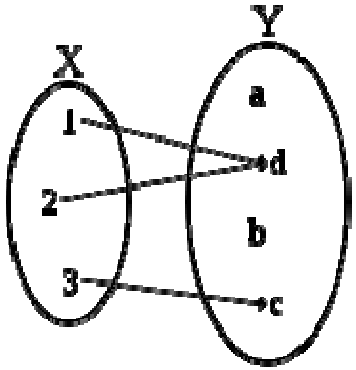
Wiki: Corrispondenze



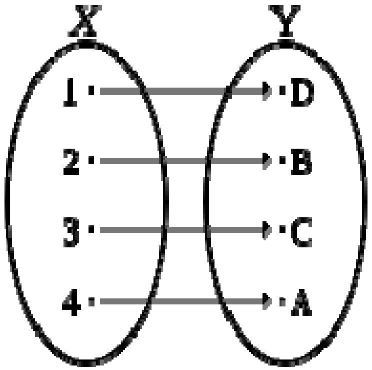
iniettiva e *non suriettiva*



suriettiva e *non iniettiva*

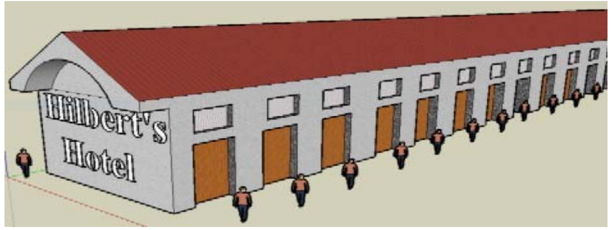


non iniettiva e *non suriettiva*



iniettiva e suriettiva: biiettiva
biiezione, biunivoca, uno ad uno
lo stesso "***numero***" di elementi

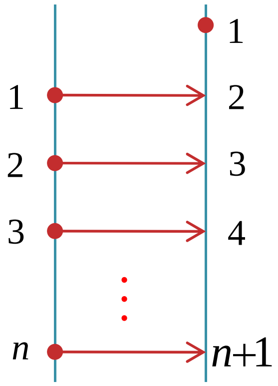
Cardinalità



Due insiemi hanno la stessa ***cardinalità*** se e solo se esiste tra essi *almeno* una corrispondenza biunivoca

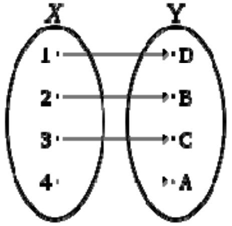
∞

Una forma *astratta,* generale, del concetto di *numero* e una ***relazione di equivalenza***



Un insieme A si definisce ***infinito*** se e solo esiste almeno una corrispondenza biunivoca tra l'insieme A ed una sua parte *propria,* un sottoinsieme B di A, diverso da A

$$f : A \to B \quad f \text{ biunivoca} \quad B \subset A \quad A \neq B$$



Un insieme A si definisce ***finito*** se e solo se non è infinito

Un esercizio in classe

1+100=101 2+99=101 3+98=101 … 50+51=101

pensava **Carl Friedrich Gauss** (1777-1855) nel 1786, all'età di nove anni

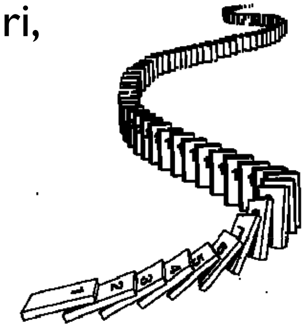
il suo *insegnante,* per mettere a tacere i turbolenti allievi, aveva chiesto alla classe di Gauss l'esercizio di calcolare la somma dei primi 100 numeri interi

il piccolo Friedrich impiegò solo qualche minuto a concludere che 1+2+3+…+100 = 50x101=(100x101)/2 e scrisse **5.050** sulla sua lavagnetta

$$1+2+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

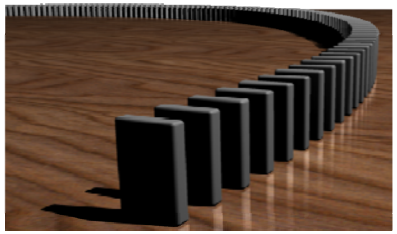
lo scolaro, che sarebbe divenuto uno dei più grandi matematici del secondo millennio, aveva utilizzato il principio di **induzione matematica**

Induzione matematica



Verifichiamo che una proposizione logica *p*, relativa ai numeri interi, sia vera per il primo intero 1

$$1=\frac{1(1+1)}{2}$$



Assumiamo che la proposizione *p* sia vera per un numero intero arbitrario ***n***

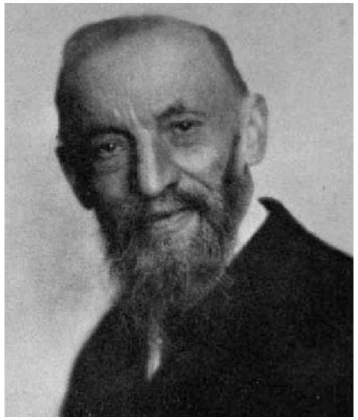
$$1+2+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

Dimostriamo che la proposizione *p* è vera per il *successore di n*, ***n+1***

$$(1+2+...+n)+(n+1)=\frac{n(n+1)}{2}+(n+1)=\frac{n(n+1)+2(n+1)}{2}=\frac{(n+2)(n+1)}{2}$$

Il ***principio*** di **induzione** afferma che possiamo concludere che la proposizione *p* è vera per ogni numero ***intero naturale*** *n:* non si dimostra, o lo ***si accetta*** o lo ***si rifiuta***

I numeri interi di Peano: ℕ



Il matematico italiano **Giuseppe Peano** (1858-1932) diede, sul finire del XIX secolo, una definizione "insiemistica" dei *numeri interi naturali*

La *teoria ingenua* degli insiemi, la definizione di corrispondenza e il principio di induzione sono sufficienti per ottenere questo brillante risultato

Gli **interi naturali** sono un insieme non vuoto ℕ, contenente almeno l'elemento 1, per il quale esista una corrispondenza s: ℕ → ℕ che soddisfi le seguenti proprietà:

- s è una corrispondenza *iniettiva* $s(n)=s(m) \Rightarrow n=m$
- s non assume mai il valore 1, per alcun elemento di N
- ogni sottoinsieme J di ℕ che contenga l'elemento 1, e se contiene l'elemento n contiene anche s(n), è identico all'insieme ℕ

La funzione s viene denominata funzione ***successore***: s(n)=(n+1)
n+1 non è una *somma*: per ora è solo un *simbolo*

L’algebra degli interi naturali

La funzione *successore* s è una corrispondenza biunivoca tra ℕ ed una sua parte propria ℕ-{1}: l’insieme dei numeri naturali è *infinito*. Ovviamente si dimostra usando il principio di induzione.

Utilizzando il principio di induzione e la funzione successore si possono facilmente definire le operazioni di somma e moltiplicazione e scoprire che s(n) è proprio la somma “n+1” che ci aspettavamo:

$$1+1=s(1) \qquad n+s(m)=s(n+m) \qquad n+(m+1)=(n+m)+1$$

$$1\times1=1 \qquad n\times s(m)=(n\times m)+n \qquad n\times(m+1)=(n\times m)+n$$

Nello stesso modo si può definire la relazione di ordine che siamo, intuitivamente, abituati ad utilizzare per confrontare i numeri interi.

Si ottiene un ordine totale che è anche un buon ordinamento: ogni sottoinsieme non vuoto di ℕ ha ***sempre*** un minimo.

Infiniti, ma bene ordinati

In effetti i numeri interi ℕ sono il più piccolo, nel senso della cardinalità, insieme infinito bene ordinato.

Nell'ordine naturale, ogni *tratto iniziale* {i in ℕ| i<= n } = {1,2,…,n} è finito.

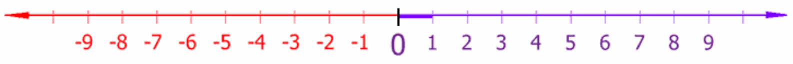
Invece degli Assiomi di Peano potremmo definire gli interi naturali utilizzando questa proprietà: gli interi naturali ℕ sono un ***insieme bene ordinato infinito***, nel quale ***ogni tratto iniziale è finito***.

Otterremo una struttura matematica "isomorfa", con la stessa forma degli interi di Peano, qualunque sia l'insieme che utilizziamo come modello.

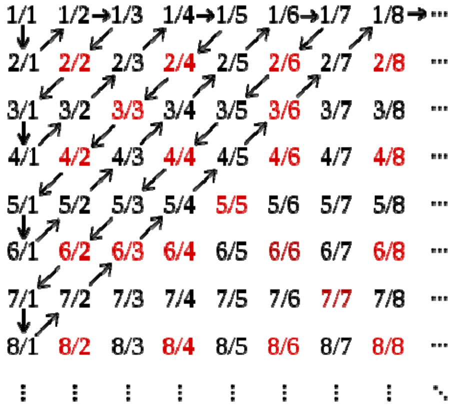
Il calcolo delle proposizioni, la logica e la teoria ingenua degli insiemi arrivano a tanto! E non solo.

Oltre gli interi naturali …

Da coppie di interi di Peano, una semplice relazione di equivalenza *costruisce* l'**anello** degli **interi relativi ℤ,** nascono lo zero ed i numeri interi negativi



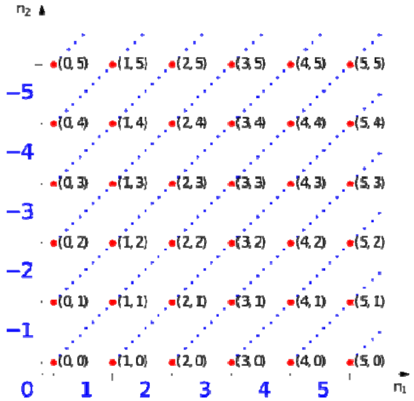
Un *trucco* analogo genera, da coppie di interi relativi, le frazioni, il **campo** dei **numeri razionali ℚ**



$$(n,m)\sim(p,q)\Leftrightarrow n+q=m+p$$

$$n-m=p-q \qquad [(n,n)]=0$$

$$[(1,n+1)]=-1$$



$$(n,m)\sim(p,q)\Leftrightarrow n\times q=m\times p$$

$$\frac{n}{m}=\frac{p}{q}$$

… numeri reali e complessi

Usando una relazione di equivalenza più complessa nascono i **numeri reali** ℝ, da *successioni di Cauchy* di numeri razionali, e la radice di 2 diventa il numero 1,4142135… la ***retta reale***, il ***continuo***

1,4	1,5
1,41	1,42
1,414	1,415
1,4142	1,4143

$$\{x \in Q \mid x^2 < 2\}$$

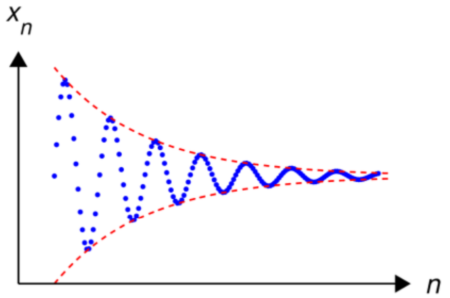
$$\{x \in Q \mid 2 < x^2\}$$

$$\exists x \in R : \; x^2 = 2$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon : n, m > n_\varepsilon \Rightarrow | a_n - a_m | < \varepsilon$$

$$(a_n) \sim (b_n)$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon : n > n_\varepsilon \Rightarrow | a_n - b_n | < \varepsilon$$



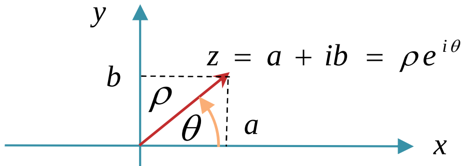
Ed infine una equazione polinomiale di secondo grado, senza soluzioni, definisce i **numeri complessi** ℂ, come coppie di numeri reali, dove tutte le equazioni polinomiali trovano soluzione

$$(a,b) = a + ib, \; i^2 = -1$$

$$(a+ib) + (c+id) = (a+c) + i(b+d)$$

$$(a+ib)(c+id) = (ac - bd) + i(ad - bc)$$

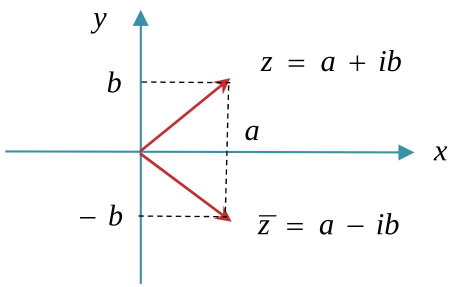
E i numeri complessi possono essere pensati come una rappresentazione algebrica del ***piano*** ℝx ℝ



$$i^2 = -1$$

$$\exists z \in C : \; z^2 = -1$$

Ed oltre i numeri …



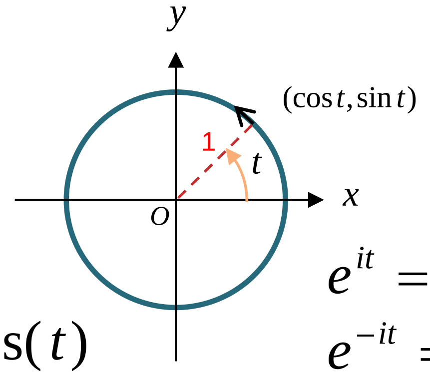
Come già osservato da Cartesio, **René Descartes** (1596-1650), algebra e geometria sono forme differenti delle stesse strutture matematiche

complesso coniugato

$$z = a + ib \quad \bar{z} = a - ib$$

$$z\bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$$

Le funzioni **trigonometriche**, *seno* e *coseno*, descrivono la *circonferenza* di raggio *unitario* nel piano complesso ℂ

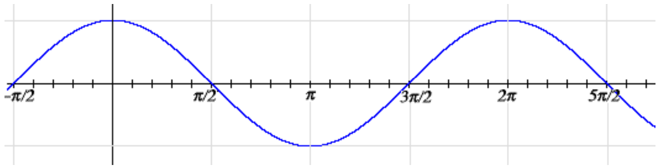


$$x^2 + y^2 = 1$$

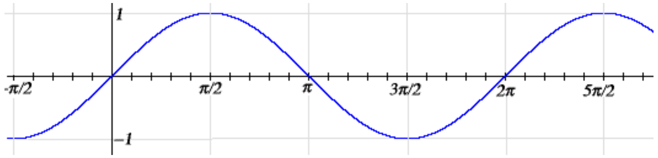
$$\cos^2(t) + \sin^2(t) = 1$$

$$e^{it} = \cos(t) + i\sin(t)$$

$$e^{-it} = \cos(t) - i\sin(t)$$



$\cos(t)$



$\sin(t)$

Eulero, **Leonhard Euler** (1707-1783), riconosce una famosa identità che contiene i numeri importanti della Matematica

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

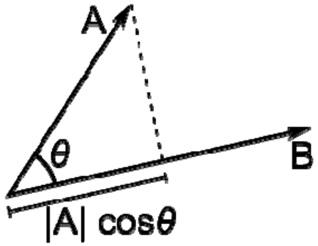
… la *realtà* della Matematica

Il *prodotto* ***scalare*** di due vettori **a** e **b** del piano, come coppie di numeri reali:

$$<\mathbf{a}|\mathbf{b}>=(a_1,a_2)\cdot(b_1,b_2)=a_1b_1+a_2b_2$$
$$<\mathbf{a}|\mathbf{b}>=\|\mathbf{a}\|\times\|\mathbf{b}\|\times\cos(\theta)$$

Lunghezza del vettore **a**

$$<\mathbf{a}|\mathbf{a}>=\|\mathbf{a}\|^2$$



due vettori sono ***ortogonali***, *perpendicolari*, se e solo se il loro prodotto scalare è nullo, ovvero quando l'angolo che formano è di 90 gradi

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=<\mathbf{a}|\mathbf{b}>=0$$

una forma algebrica che può essere *generalizzata* a vettori di numeri complessi, con un numero arbitrario di dimensioni

$$<\mathbf{z}|\mathbf{w}>=(z_1,z_2,\dots,z_n)\cdot(w_1,w_2,\dots,w_n)=\sum_{i=1}^{n}z_i\overline{w_i}$$

Geometria ed Algebra

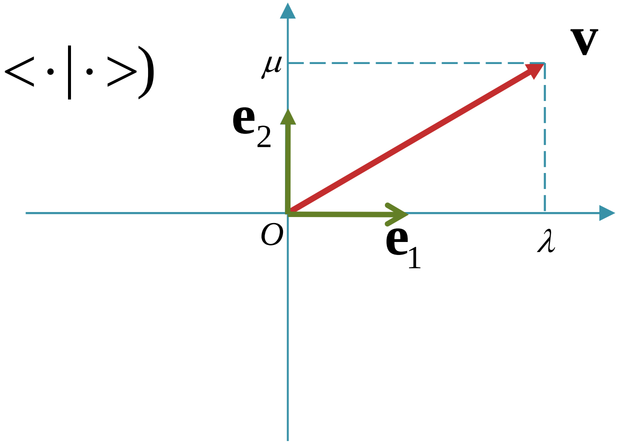
In due dimensioni, così come in numero arbitrario di dimensioni, l'ortogonalità permette di definire una ***base ortonormale*** dello spazio, un sistema di riferimento

E un sistema di riferimento permette di tradurre algebra in geometria e geometria in algebra

$$< \mathbf{e}_1 | \mathbf{e}_1 >= \delta_{1,1} = 1$$
$$< \mathbf{e}_2 | \mathbf{e}_2 >= \delta_{2,2} = 1$$
$$< \mathbf{e}_1 | \mathbf{e}_2 >= \delta_{1,2} = 0$$
$$< \mathbf{e}_2 | \mathbf{e}_1 >= \delta_{2,1} = 0$$

$$< \mathbf{v} | \mathbf{e}_1 >= \lambda \quad < \mathbf{v} | \mathbf{e}_2 >= \mu$$
$$\mathbf{v} =< \mathbf{v} | \mathbf{e}_1 > \mathbf{e}_1 + < \mathbf{v} | \mathbf{e}_2 > \mathbf{e}_2$$
$$\mathbf{v} = \lambda \mathbf{e}_1 + \mu \mathbf{e}_2$$

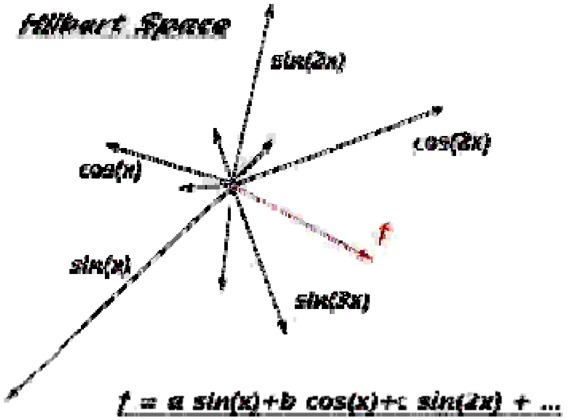
$$(H, < \cdot | \cdot >)$$



Spazio di Hilbert, **David Hilbert**, (1862-1943)

Infinite dimensioni

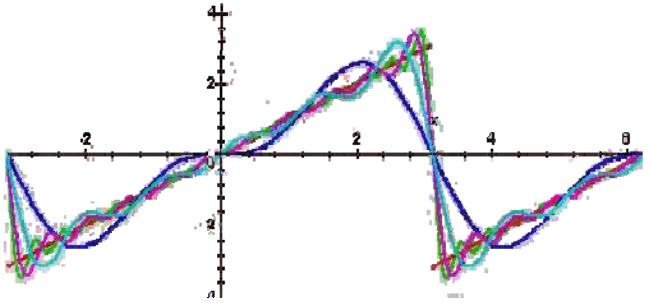
Non sempre un numero finito di dimensioni è sufficiente a descrivere la realtà, ma i matematici non si scoraggiano e utilizzano un numero ***infinito*** di dimensioni



Definiscono il significato di una ***somma infinita***

$$< \mathbf{e}_n \,|\, \mathbf{e}_m >= \delta_{n,m} \quad n,m \in N$$

$$\mathbf{v} = \sum_{n=1}^{\infty} < \mathbf{v} \,|\, \mathbf{e}_n > \mathbf{e}_n$$



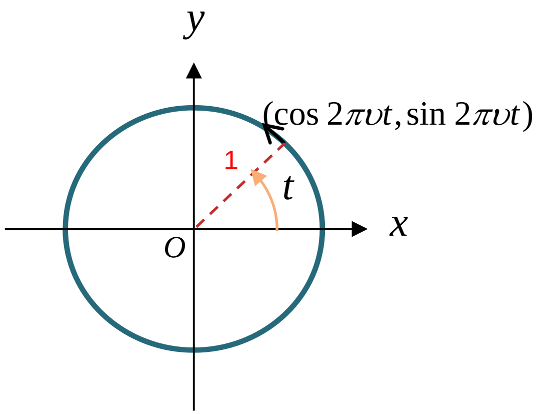
e quando gli interi, il caso ***discreto,*** non sono sufficienti definiscono il significato di una ***somma continua***:

$$< f \,|\, g >= \int f(x)\overline{g}(x)dx$$

$$<\mathbf{f} \,|\, \mathbf{g} >= \sum_{n=1}^{\infty} f_n \overline{g}_n$$

generalizzando la definizione di prodotto scalare e pensando all'***integrale*** come una somma continua

Fino al continuo, l'analisi



La circonferenza unitaria può essere percorsa con una ***frequenza*** arbitraria

$$e_\upsilon(t) = e^{i2\pi\upsilon t} = \cos(2\pi\upsilon t) + i\sin(2\pi\upsilon t)$$

$$\omega = 2\pi\upsilon \quad \upsilon = \frac{\omega}{2\pi}$$

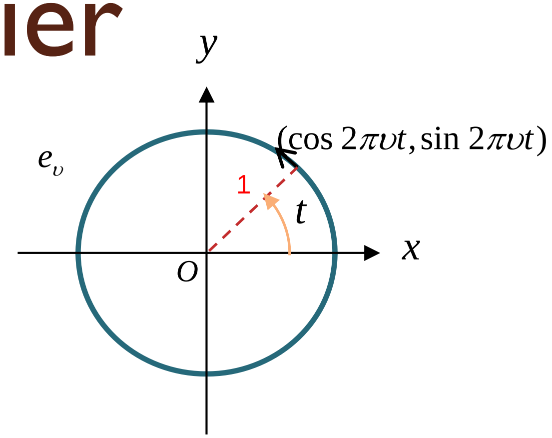
Ad ogni frequenza, corrisponde un **vettore** continuo, una circonferenza unitaria percorsa con una diversa velocità, in una direzione o nell'altra

$$\widehat{f}(\upsilon) =< f \mid e_\upsilon >= \int f(t)\overline{e}_\upsilon(t)dt = \int f(t)e^{-i2\pi\upsilon t}dt$$

e per ogni vettore, per ogni funzione regolare ***f(t)***, possiamo calcolare il prodotto scalare, la proiezione su una ***circonferenza unitaria*** che ***ruota***

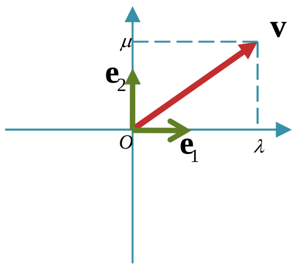
Cercando di conservare forma ed interpretazione abbiamo definito la *Trasformata di Fourier*, **Jean Baptiste Joseph Fourier** (1768-1830)

La Trasformata di Fourier



Le circonferenze unitarie, percorse con frequenze arbitrarie, sono una ***base ortonormale***, un sistema di riferimento, per le funzioni regolari

$$< e_\upsilon \,|\, e_\xi >= \delta_{\upsilon,\xi} \quad \upsilon,\xi \in \mathrm{R}$$



Possiamo scrivere il vettore *f(t)* come ***somma continua*** di tutte le sue proiezioni sulle circonferenze unitarie, percorse con frequenze arbitrarie

$$f(t) = \int < f \,|\, e_\upsilon > e_\upsilon d\upsilon = \int \widehat{f}(\upsilon) e^{i2\pi\upsilon t} d\upsilon$$

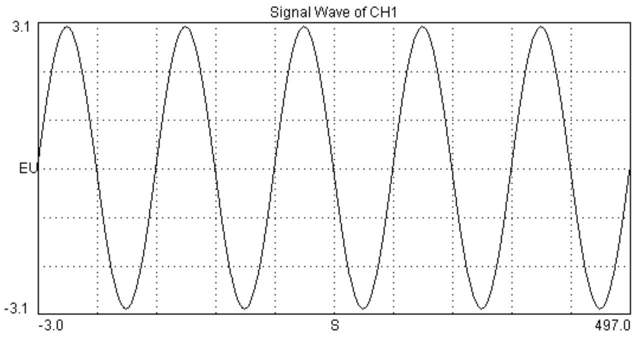
$$\mathbf{v} = \sum_{n=1}^{\infty} < \mathbf{v} \,|\, \mathbf{e}_n > \mathbf{e}_n$$

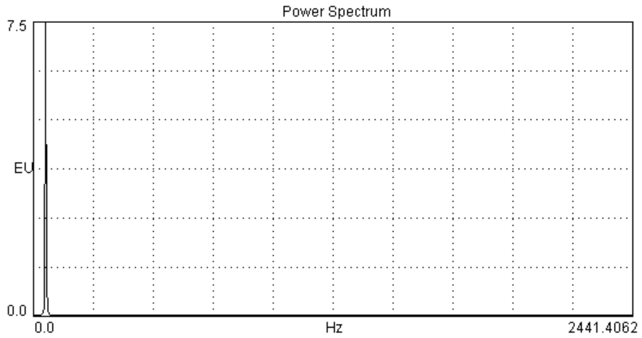
non *sorprende* che ***antitrasformando*** si ottenga la funzione originale

lo spettro del segnale, l'energia contenuta nel segnale

$$|\,\widehat{f}(t)\,|^2 = \widehat{f}(t)\,\bar{\widehat{f}}(t)$$

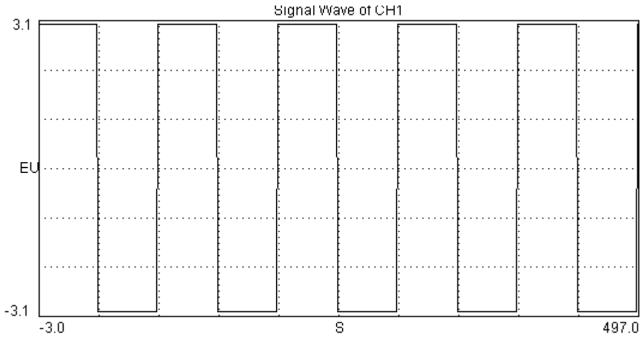
Spettri … della realtà

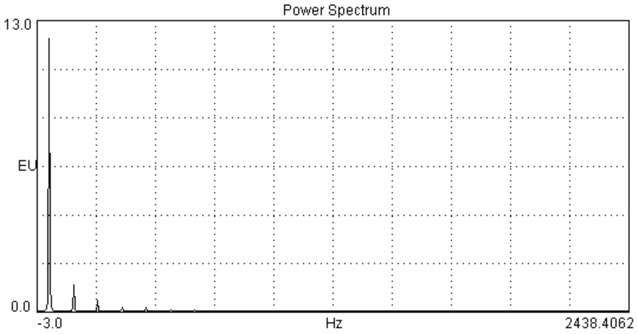




Onda sinusoidale 50Hz

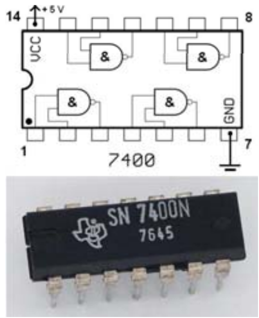
Estraendo gli spettri dei segnali ed elaborandoli, per esempio, si possono *comprimere* o *filtrare* i segnali





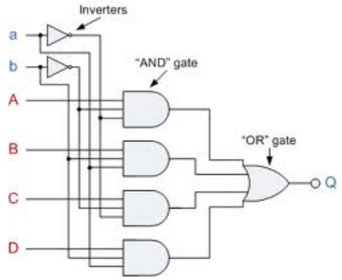
Onda quadra 50Hz

Mondo Reale e Mondo Digitale



Le strutture della matematica sono un potente strumento di analisi della realtà: vengono utilizzate in varie forme ed in molti campi per elaborare … bit … numeri.

Perchè questo è tutto e solo quello che anche i più moderni calcolatori sono in grado di fare: eseguire operazioni logiche ed aritmetiche su stringhe di bit, su numeri interi

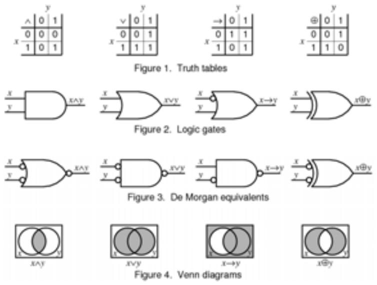


0100 0001 0x41 65 ‘A’

+	00	01
00	00	01
01	01	10

x	00	01
00	00	00
01	00	01

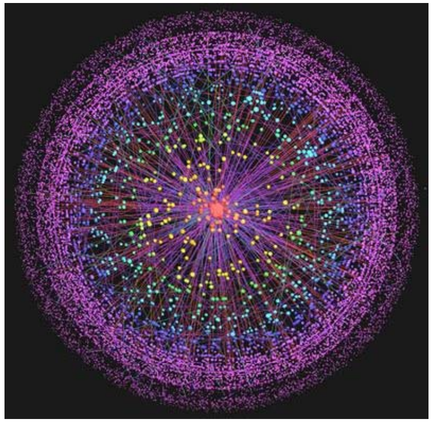
aritmetica binaria: implementata utilizzando *reti* di porte logiche, di transistor



La Matematica è uno strumento per creare modelli della realtà che i nostri calcolatori possono elaborare.

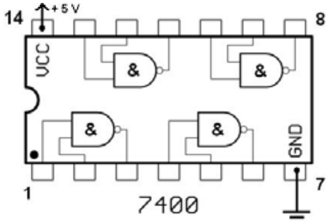
I Numeri della Rete

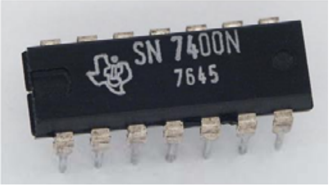
Negli ultimi 5.000 giorni, circa 15 anni, abbiamo interconnesso queste reti logiche in un'unica grande Rete, la Rete delle Reti, Internet.



E i *numeri* della Rete sono impressionanti:

- 1,2 miliardi di personal computer
- 2,7 miliardi di telefoni cellulari
- 1,3 miliardi di telefoni fissi
- 27 milioni di server
- 80 milioni di palmari

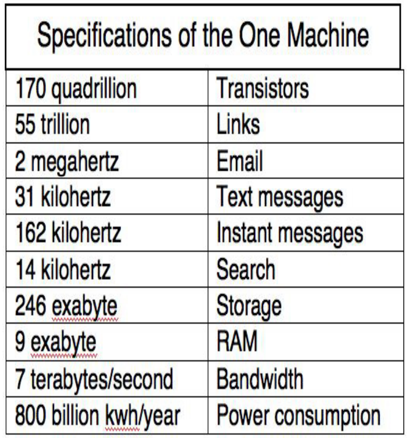




Ciascun dispositivo contiene un gran numero di porte (gate) logiche, di transistor: un Intel Pentium del 2004 ne conteneva circa 100 milioni, un Intel Itanium del 2005 oltre un miliardo.

L'interazione tra tutti questi circuiti elementari costituisce la grande **Macchina** che oggi chiamiamo "**La Rete**".

La Macchina



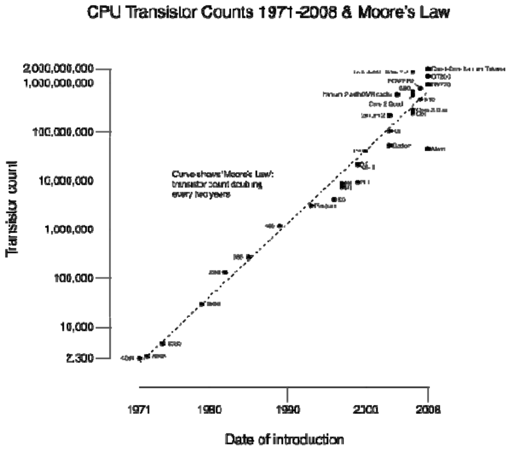
Specifications of the One Machine	
170 quadrillion	Transistors
55 trillion	Links
2 megahertz	Email
31 kilohertz	Text messages
162 kilohertz	Instant messages
14 kilohertz	Search
246 exabyte	Storage
9 exabyte	RAM
7 terabytes/second	Bandwidth
800 billion kwh/year	Power consumption

Nella Rete sono interconnessi oltre un miliardo di dispositivi: circa 10^17 transistor, un numero con 17 zeri, centinaia di milioni di miliardi di porte logiche elementari.

Il cervello umano interconnette in un'unica rete intorno 100 miliardi di neuroni. Anche se non direttamente confrontabili con i transistor, sono sei ordini di grandezza in meno delle unità elementari della rete, 10^11 contro 10^17.

La Macchina consuma circa il 5% della energia elettrica prodotta sul pianeta Terra

La Rete raddoppia in dimensioni molto rapidamente: più della legge di Moore



Moore's Law: raddoppio ogni due anni
una legge ***esponenziale***

I prossimi 5.000 giorni

Già oggi la complessità della Rete può essere paragonata alla complessità del cervello umano.

Nei prossimi 5.000 giorni, fra altri 15 anni, in un periodo compreso tra il 2025 ed il 2040, la sua complessità potrebbe esplodere.

È difficile prevedere la sua evoluzione, ma potrebbe superare un giorno in complessità migliaia, milioni o miliardi di cervelli umani.

E non dimentichiamo i *cervelli* umani che ogni giorno interagiscono con la Macchina, miliardi di *click* al giorno.

Kevin Kelly
Wired

http://www.kk.org/thetechnium/archives/2007/11/dimensions_of_t.php

http://www.youtube.com/watch?v=J132shgliuY